2. Seminarbeiträge, die nicht oder anderweitig veröffentlicht wurden:

Johann Baumann:
Regionale Interaktionen, Zeitbudget - eine ökonometrische Analyse des Berufs- und Freizeitverkehrs

Erdward M. Bergman:
Industrial Transition Paths

Raimund Herz, Klaus Hochstrate:
Erneuerungsstrategien für städtische Infrastrukturnetze

Hans-Ulrich Jung:
Regionalberichterstattung zur Wirtschaftsentwicklung - Methodische Probleme und praktische Umsetzung am Beispiel der Regionalberichte des NIW

Gunther Maier:
Bestimmungsgründe innerstädtischer Wanderung - ein reduziertes Logit-Modell

Detlef Marx:
Technologiefolgenabschätzung und Raumordnung, Landesplanung, Umweltschutz

Gerhard Palme:
Produktzyklen im Reiseverkehr

Uwe Schubert:
URBINNO - Eine Studie zur langfristigen Stadtentwicklung

Johannes Bröcker

Ökonometrische Handelsmodelle
Modellspezifikationen und Schätzverfahren

Gliederung | Seite

1. Der Stand der Forschung

Für die quantitative Erforschung vieler ökonomischer Fragestellungen ist es erforderlich, den Handel zwischen Regionen oder Nationen durch Modelle abzubilden, deren Parameter sich mit Hilfe zugänglicher Daten Schätzen lassen. Zum einen braucht man solche Modelle zum Test von Hypothesen über die Determinanten von interregionalen Lieferverflechtungen, zum anderen werden sie für Zwecke der komparativ statischen Analyse und der Prognose eingesetzt. Eine typische Fragestellung ist z.B., wie sich der Handel ändert, wenn sich bestimmte Raumüberwindungskosten durch neue Transporttechnologien, durch Straßen- und Tunnelbau etc. ändern, wenn Zölle reduziert werden usw. Häufig sind Handelsmodelle selbst Bestandteile größerer Modellsysteme, so etwa die Außenhandelsmodelle, die im LINK-System die nationalen Modelle über die Gütermärkte miteinander verbinden (Waelbroeck, 1976).

Lange Zeit waren Handelsmodelle entweder theoretisch sauber aber empirisch unbrauchbar oder empirisch quantifizierbar aber theoretisch obskur. Neoklassische allgemeine gleichgewichtsmodelle wie das 2 Länder - 2 Güter - 2 Faktoren-Modell der reinen Außenhandelstheorie gehören zur ersten Gruppe, Gravitationsmodelle oder constant-share-Ansätze, wie sie für die Quantifizierung der Handelseffekte präferentieller Zollsenkungen verwendet wurden (EFTA, 1972), gehören zur zweiten. Neuere Entwicklungen in der empirischen Außenhandelsforschung zeigen nun Möglichkeiten, wie - jedenfalls im Prinzip - theoretische Konsistenz mit empirischer Implementierbarkeit versöhnt werden kann. Die Möglichkeiten werden durch angewandte Gleichgewichtsmodelle walrasianischer Prägung eröffnet, die sich als Partial- oder Totalmodelle formulieren lassen. Dies sind - zum Teil räumlch differenzierte - Gleichgewichtsmodelle, deren funktionale Zusammenhänge nicht nur qualitativ, sondern hinsichtlich der konkreten Funktionsverläufe anhand empirischer Beobachtungen quantifiziert sind. Derartige Modelle lassen sich in folgenden Schritten aufbauen:

- Man grenzt (wenn es sich um eine Partialanalyse handelt) den zu behandelnden Teilmarkt bzw. die Teilmärkte ab (z.B. den Welthandel mit Pkw's, den Kartoffelhandel zwischen den Regionen der BRD, den nach Produkten differenzierten Welthandel etc.).

- Man spezifiziert die agierenden Wirtschaftseinheiten auf den betrachteten Märkten. Das können ganze Länder oder ganze Regionen sein; das können die repräsentativen Unternehmen und die repräsentativen Haushalte der Länder oder Regionen (jeweils ein repräsentativer Haushalt und ein repräsentatives Unternehmen pro Land oder Region) oder auch Haushalte und Unternehmen in tieferer Differenzierung sowie Gebietskörperschaften sein.
- Man wählt funktionale Formen für die Nachfrage- und Angebotsfunktionen oder für die (direkten oder indirekten) Nutzenfunktionen der Haushalte und die Produktions- oder Profitfunktionen der Unternehmen, aus denen sich dann die Nachfrage- und Angebotsfunktionen ableiten lassen. Die Wahl der funktionalen Formen erfolgt nach den Kriterien der Flexibilität, parametrischen Sparsamkeit und theoretischen Konsistenz.
- Man schätzt die Parameter anhand empirischer Beobachtungen, vornehmlich Beobachtungen über Preise und Mengen.
- Man löst das Gleichgewichts-Gleichungssystem für unterschiedliche Werte exogener Variablen, deren Einfluß auf das Gesamtsystem analysiert werden soll (komparative Statik).

Obwohl die Durchführung eines solchen Plans mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden ist, gibt es doch in jüngster Zeit Studien, die die aufgeführten Schritte durchlaufen sind. Z.B. hat Whalley (1985) Welthandelsmodelle dieser Art quantifiziert und zur Abschätzung von Zolleffekten eingesetzt.

Drei miteinander verbundene Entwicklungen haben diese Möglichkeiten eröffnet:

1) Ausgehend von der Arbeit von Scarf (1973) und gestützt durch die rasante Entwicklung in der numerischen Optimierung wurden brauchbare Algorithmen zur Berechnung von Gleichgewichtslösungen von Modellen mit bekannten globalen Eigenschaften entwickelt.

2) Auf ökonometrischem Gebiet wurden bei der Parameterschätzung nichtlinearer Strukturen vornehmlich unter Verwendung asymptotischer Maximum-Likelihood-Theorie ein beachtlicher Fortschritt erzielt.

3) Durch große und billige Rechner wird es jetzt möglich, die Lösungsalgorithmen und Schätzverfahren aus den ökonometrischen Versuchslaboren hinauszutragen und auf großdimensionierte Probleme der Praxis anzuwenden.

Dennoch bleiben erhebliche Schwierigkeiten, die in erster Linie im Mangel an Daten liegen. Aber an dieser Stelle die Erörterung zu beenden und die Bücher zu schließen mit der Bemerkung, man würde sie wieder öffnen, wenn genug Statistiken verfügbar sind, hieße darauf zu warten, bis der Berg zum Propheten kommt. Der Prophet muß zum Berg gehen - die Modelle müssen auf den begrenzten Datenbestand zugeschnitten werden. Dies sollte nicht dadurch geschehen, daß man theoretisch begründete Modelle zur Seite legt und durch empirische ad-hoc-Methoden ersetzt, sondern durch die explizite Einführung vereinfachender Annahmen, die bei Wahrung der Modellkonsistenz zu schätzbaren Ansätzen führen.

Für die Modellierung des interregionalen Handels fehlen insbesondere geeignete Preisinformationen, so daß die direkte Schätzung von Angebots- und Nachfragefunktionen nicht möglich ist. Unter bestimmten Bedingungen kann man jedoch auf Preisinformationen verzichten, wenn man von der sogenannten strukturellen Modellform, in der die Angebots- und Nachfragefunktionen explizit enthalten sind, zur sogenannten reduzierten Form übergeht, in der durch Lösung der Gleichgewichtsgleichungen die Preise eliminiert sind und die Mengen als Funktionen der exogenen Variablen dargestellt sind. Die reduzierten Formen lassen sich mit verfügbaren Daten schätzen, wenn ihre funktionale Form hinreichend einfach gewählt wird. Wir konkretisieren diese Überlegungen im nächsten Abschnitt und zeigen, daß Gravitationsmodelle in weit definiertem Sinne als geeignete reduzierte Formen interregionaler Preisgleichgewichte aufzufassen sind.

2. Modelle

a) Partielle Gleichgewichtsmodelle des interregionalen Handels

Wir beschäftigen uns jetzt mit partiellen Gleichgewichtsmodellen des interregionalen Handels. Für ein System von t Regionen sollen diese Modelle für ein Produkt oder Produktbündel den Handel zwischen den Regionen abbilden. In partiellen Gleichgewichtsmodellen wird nur ein Ausschnitt aus der Ökonomie betrachtet. Für die beteiligten Wirtschaftssubjekte sind die Mengen und Preise der betrachteten Güter nur ein kleiner Ausschnitt der Mengen und Preise, die in ihr gesamtes Entscheidungskalkül eingehen. Wenn man Angebots- und Nachfragefunktionen formuliert, die die Mengen der betrachteten Güter den Preisen eben dieser Güter zuordnen, so ist dabei Konstanz aller anderen Preise und der Einkommen unterstellt. Im Unterschied zur Totalbetrachtung erfüllen die Nachfrage- und Angebotsfunktionen wegen ihres Partialcharakters weder eine Budgetrestriktion, noch sind sie im allgemeinen homogen vom Grade Null. Im Unterschied zu Totalmodellen sind daher Gleichgewichtspreise nicht nur relativ, sondern auch absolut bestimmt.

Wir unterstellen, daß die Anbieter und Nachfrager in den Regionen die Preise als Daten ansehen und die gehandelten Mengen an die Preise anpassen. Die Anbieter richten ihre Angebotsmengen nach den jeweils in ihrer Region geltenden Preisen ab Werk - in Anlehnung an die für den Außenhandel gebräuchliche Terminologie als fob-Preise bezeichnet. Die Nachfrager richten sich nach den Preisen, die sich in ihrer Region unter Einschluß von Transport und Versicherungskosten, Zöllen etc. ergeben (cif-Preise). In Abhängigkeit von diesen Preisen entscheiden sie nicht nur darüber, wieviel sie nachfragen, sondern auch darüber, woher sie die nachgefragten Mengen beschaffen.

Formal läßt sich dieser Ansatz wie folgt formulieren: Für jede Region $s=1,\dots,t$ gilt eine Nachfragefunktion (bzw. -korrespondenz)[1] $\tau_s : R^t_+ \to R^t_+$ (bzw. $R^t_+ \to \mathcal{P} R^t_+$), die dem Vektor der in s geltenden cif-Preise q_s den Nachfragevektor T_s (bzw. die Menge der möglichen Nachfragevektoren $\tilde{T}_s$) zuordnet:

$$T_s = \tau_s (q_s; \varphi_s) \quad \forall\, s. \tag{2.1}$$

$T_s = (T_{1s},\dots, T_{ts})$, wobei T_{rs} die Nachfrage in s nach Produkten bezeichnet, die in r angeboten wurden.

$q_s = (q_{1s}, \dots, q_{ts})$, wobei q_{rs} den cif-Preis in s für Produkte aus r be-

---

[1] Man spricht von einer Nachfragekorrespondenz, wenn einem Preisvektor nicht ein einziger Nachfragevektor, sondern eine Menge möglicher verschiedener Nachfragevektoren zugeordnet ist, die von den Nachfragern bei den gegebenen Preisen als gleichwertig angesehen werden.

zeichnet. τ_s ergibt sich aus der Aggregation über alle Nachfrager der Region. Die Nachfrage hängt außer vom Preis noch von anderen exogenen Faktoren ab, die mit φ_s bezeichnet sind.
Für jede Region $r = 1,\dots,t$ gilt weiterhin eine Angebotsfunktion $\sigma_r: R_+ \to R_+$, die dem fob-Preis p_r jeweils die angebotene Menge S_r zuordnet:

$$S_r = \sigma_r\,(p_r;\ \phi_r)\ \forall\ r. \tag{2.2}$$

Auch das Angebot wird neben dem Preis noch von anderen, als ϕ_r bezeichneten Faktoren beeinflußt. Die cif-Preise ergeben sich aus den fob-Preisen zuzüglich Transportkosten, Zöllen[1] etc.:

$$q_{rs} = p_r + c_{rs} \qquad \forall\ r,\ s. \tag{2.3}$$

Das Modell wird geschlossen durch die Gleichgewichtsbedingungen, die fordern, daß das Angebot jeder anbietenden Region gerade nachgefragt wird:

$$S_r = \sum_s T_{rs} \qquad \forall\ r. \tag{2.4}$$

Man kann jetzt die klassischen Fragen der Gleichgewichtstheorie für dieses Partialmodell studieren, die Fragen nach der Existenz, der Eindeutigkeit, der Stabilität und den komparativ statischen Eigenschaften des Gleichgewichts. Natürlich gelangt man nur zu definitiven Antworten, wenn man den Angebots- und Nachfragefunktionen bestimmte Restriktionen auferlegt. Wir verzichten hier aber auf die Behandlung dieses Komplexes, der in der Literatur jüngst wieder reges Interesse gefunden hat (siehe z.B. die Beiträge in Harker, 1984).

Ein theoretisch häufig unterstellter, praktisch dagegen uninteressanter Spezialfall des Modells, der hier aber der Vollständigkeit halber zu er-

----

1 Es ist nicht ganz unproblematisch, Zölle in derselben Weise wie Transportkosten unter die additive Preiskomponente c_{rs} zu subsummieren, weil Zölle sich u.a. nicht auf Mengen, sondern auf Werte beziehen. Sie wären demnach genaugenommen den Preisen in multiplikativer Form hinzuzurechnen. Der pro Mengeneinheit anfallende Zoll hängt vom Preis ab und ist daher endogen. Sein Gleichgewichtswert kann sich daher vom empirisch gemessenen Zoll pro Mengeneinheit unterscheiden. Für die Praxis ist die additive Form in (2.3) jedoch eine erhebliche Vereinfachung und führt wahrscheinlich nur zu geringen Fehlern, wenn man den empirisch gemessenen Zoll pro Mengeneinheit verwendet.

wähnen ist, ist der des homogenen Marktes. Wenn die Nachfrager die Angebote aus den verschiedenen Regionen als qualitativ gleich ansehen, werden sie nur bei den Anbietern mit dem gringsten cif-Preis nachfragen und indifferent sein zwischen Anbietern, deren cif-Preise nicht unterboten werden. In diesem Fall kann die Nachfragekorrespondenz wie folgt formuliert werden:

$$\tau_s\,(q_s,\ \varphi_s) = \{T_s:\ T_s \geq 0;\ T_{rs}\cdot(q_{rs} - \bar{q}_s) = 0\ \forall\ r;\ \sum_r T_{rs} = \delta_s\,(\bar{q}_s\,,\ \varphi_s)\} \tag{2.5}$$

mit $\bar{q}_s = \min\limits_r\,(q_{1s},\ \dots,\ q_{ts})$.

In diesem Fall wird das Angebot der Nachfrage so zugeordnet, daß - bei gegebenen Gleichgewichtswerten für Angebot und Nachfrage in den Regionen - die Summe der Raumüberwindungskosten ($\sum_{rs} T_{rs}\,c_{rs}$) ein Minimum annimmt. Dies impliziert eine höchst unrealistische Handelsverflechtung: Im Normalfall (d.h. abgesehen von gewissen degenerierten Spezialfällen) treten in einer t x t - Handelsmatrix nur 2t-1 positive Ströme auf; alle anderen haben den Wert Null!

In der Praxis muß man daher von der Homogenitätsannahme abgehen und arbeitet mit der sogenannten Armington-Hypothese (nach Armington (1969), der diese Hypothese im Zusammenhang mit Außenhandelsmodellen zuerst ausdrücklich so formulierte), die besagt, daß Güter aus verschiedenen Angebotsregionen nur beschränkt substitutiv sind und die Aufteilung der Gesamtnachfrage auf die verschiedenen Angebotsregionen vom Vektor der cif-Preise abhängt.

Die Armington-Hypothese läßt sich in verschiedenen Funktionsformen für die Nachfragefunktion ausdrücken. Interessant ist für uns hier ein Funktionstyp, den wir als "Nachfragefunktion mit Logit-Aufteilung" bezeichnen. Er hat die Form

$$T_{rs} = \frac{A_r \exp\,(-\beta\ q_{rs})}{\sum_r A_r \exp\,(-\beta\ q_{rs})} \cdot \delta_s\,(q_s;\ \varphi_s). \tag{2.6}$$

A_r und β sind exogene Parameter. D.h. es wird unterstellt, daß die Aufteilung der Nachfrage auf die Angebotsregionen logarithmisch-linear von den cif-Preisen abhängt. δ_s ordnet die über die Angebotsregionen aggregierte Gesamtnachfrage dem cif-Preisvektor zu. Die funktionale Form von δ_s ist hier offengelassen. Man kann sie spezifizieren, indem man den nach Angebotsregionen differenzierten cif-Preisvektor q_s zu einem Preisindex zusammenfaßt und dann δ_s zu einer z.B. linearen oder log-linearen sinkenden Funktion dieses Index macht.

b) Reduzierte funktionale Formen vom Gravitationstyp

Die nächstliegende ökonometrische Umsetzung des Gleichgewichtsansatzes bestünde darin, daß man die Nachfrage- und Angebotsfunktionen z.B. in Längsschnittuntersuchungen schätzt, um mit den geschätzten Funktionen Gleichgewichte zu berechnen und komparativ statische Analysen durchzuführen.

In der Praxis stößt dieses Verfahren aber auf erhebliche Schwierigkeiten. Erstens verfügt man meistens nicht über geeignete Preisinformationen. Dies gilt für den internationalen Handel insofern, als die häufig verwendeten unit-values (Wertangaben, geteilt durch Mengenangaben aus der Außenhandelsstatistik) auch auf disaggregierter Ebene stark durch Unterschiede im Produkt-Mix verzerrt sind. Dies gilt erst recht für den interregionalen Handel unterhalb der Nationsebene. Hier gibt es keine brauchbaren regionalisierten Preisdaten, und es wir sie auch in Zukunft nicht geben.

Eine zweite Schwierigkeit liegt darin, daß die allgemeine Interdependenz des Systems der Angebots- und Nachfragefunktionen bei der Schätzung berücksichtigt werden muß. Dieses bedingt erstens, daß separate Schätzungen der Gleichungen zu verzerrten Resultaten führen. Eine simultane Schätzung des interdependenten Systems dagegen führt auf eine hochgradig nichtlineare Likelihoodfunktion mit einem Parameterraum sehr hoher Dimension, die rechnerisch schwer zu handhaben sein dürfte. Die Interdependenz bedingt zweitens Identifikationsprobleme. Die Struktur eines Systems von Angebots- und Nachfragefunktionen, die jeweils nur Preise als erklärende Variablen enthalten, ist unter realistischen Annahmen über die a priori verfügbare Information nicht identifizierbar (Malinvaud, 1980, S. 595 - 605). Damit die Struktur identifizierbar ist, müssen die Angebots- und Nachfragefunktionen auch bezüglich der exogenen Variablen ϕ_r und φ_s spezifizierbar sein, und im Stützzeitraum muß das System durch diese Variablen hinreichende Anregung erfahren. Da die genannten Anforderungen an eine brauchbare Schätzung kaum erfüllbar sind, bietet sich als Alternative, bei der Schätzung an der reduzierten Form anzusetzen und auf die Schätzung der strukturellen Form zu verzichten.

Als reduzierte Form eines Modells bezeichnet man eine Modellform, in der die endogenen Variablen, für die man sich interessiert, als Funktionen allein von exogenen Variablen erscheinen, in unserem Falle also eine Modellform, in der nach Elimination der Gleichgewichtspreise die gleichgewichtigen Handelsströme allein als Funktionen der exogenen Variablen $\phi = (\phi_1, \ldots, \phi_t)$, $\varphi = (\varphi_1, \ldots, \varphi_t)$ und C erscheinen. C ist die t x t-Matrix mit den Elementen c_{rs}. Die reduzierte Form ergibt sich wie folgt aus den Gleichungen (2.1) bis (2.4): Man setzt (2.3) für die Komponenten von q_s in die Nachfragefunktionen (2.1) und die Nachfragefunktionen (2.1) sowie die Angebotsfunktionen (2.2) sodann in die Gleichgewichtsbedingungen (2.4) ein. Damit erhält man t Gleichungen zur Berechnung von t unbekannten fob-Gleichgewichtspreisen. Diese werden schließlich zur Ermittlung der Handelsströme in die Nachfragefunktionen eingesetzt.[1] Ist die Lösung eindeutig hinsichtlich der Gleichgewichtsströme, kann sie als Funktion der exogenen Variablen aufgeschrieben werden, also

$$T_{rs} = \tau_{rs} (\tilde{q}_s; \varphi_s) = \theta_{rs} (\phi, C, \varphi). \qquad (2.7)$$

$\tilde{q}_s$ bezeichnet den im allgemeinen von ϕ, C und φ abhängigen Gleichgewichtsvektor der cif-Preise in s. Man beachte, daß der Handel zwischen r und s im allgemeinen nicht allein von den Angebotsbedingungen in r, den Nachfragebedingungen in s und der cif-fob-Differenz zwischen r und s abhängt, sondern auch von allen anderen Elementen der Matrix C und den Angebots- und Nachfragebedingungen in allen anderen Regionen.

Für eine Schätzung benötigt man funktionale Formen für die in (2.7) postulierten Zusammenhänge, die einerseits möglichst einfach sein sollten,

---

[1] Bei mengenwertigen Nachfragekorrespondenzen benötigt man zur Ermittlung einer hinsichtlich der Handelsströme eindeutigen Lösung auch die Angebotsquantitäten.

um leicht schätzbar zu sein, die andererseits möglichst flexibel sein sollten, d.h. möglichst so gewählt sein sollten, daß die Art des funktionalen Zusammenhangs möglichst weitgehend durch die Daten und nicht durch die Wahl der funktionalen Form bestimmt wird. Die funktionale Form soll schließlich sparsam sein hinsichtlich der Zahl der zu schätzenden Parameter und sie soll theoretisch konsistent, d.h. mit der Interpretation der Gleichung (2.7) als reduzierte Form eines partiellen interregionalen Preisgleichgewichts verträglich sein (zur Frage funktionaler Formen vgl. Lau, 1986). Die Ziele stehen in Konflikt zueinander und es gilt, einen Kompromiß zu finden, der sie je nach Fragestellung, Datenlage, vertretbarem Rechenaufwand etc. unterschiedlich gewichtet. Ein wichtiges und häufig das einzige Kriterium für die Wahl der funktionalen Form ist außerdem die Gewohnheit. Gewählt wird die Form, die in der Literatur bislang üblich war, und dies ist meist eine Form, die unter den Gesichtspunkten der Einfachheit (z.B. Linearität) und parametrischen Sparsamkeit vorzuziehen ist, aber oft mangelhaft ist unter den Gesichtspunkten der Flexibilität und theoretischen Konsistenz.

Übliche funktionale Formen bilden aber oft einen guten Ausgangspunkt, um durch Erweiterungen und Verallgemeinerungen die Flexibilität zu erhöhen. Wir beschäftigen uns daher mit der bei weitem am häufigsten verwendeten Modellform empirischer Verflechtungsanalysen, dem Gravitationsmodell, das man als besonders einfache funktionale Form des reduzierten Modells (2.7) auffassen kann. Wir schlagen eine verallgemeinerte Definition für das Gravitationsmodell vor und entwickeln eine Systematik verschiedener Modellformen, die sich als Sonderfälle ergeben. Wir diskutieren die Frage der Flexibilität in diesem Unterabschnitt, während das Problem der theoretischen Konsistenz dem nächsten Unterabschnitt vorbehalten bleibt.

Was als Gravitationsmodell bezeichnet wird, ist in der Literatur in keiner Weise einheitlich. In engster Definition steht dieser Begriff für Modelle, die in der Form dem Skalarteil des Newtonschen Gravitationsgesetzes entsprechen, also

$$T_{rs} = \frac{M_r \cdot N_s}{c_{rs}^2} , \qquad (2.8)$$

wobei M_r und N_s, die sogenannten Massen, exogene Variablen sind, die das Angebot in r bzw. die Nachfrage in s beeinflussen. Allgemeiner wird als Gravitationsmodell oft ein Ansatz in Cobb-Douglas-Form, d.h. ein in den Logarithmen linearer Ansatz bezeichnet, der drei Gruppen von Variablen enthält: (1) Variablen, die sich auf die anbietende Region beziehen, (2) Variablen, die sich auf die nachfragende Region beziehen und (3) Interaktions- oder Distanzvariablen. Ein typisches Beispiel sind Modelle für den aggregierten internationalen Handel in der Form

$$T_{rs} = P_r^{\alpha_1} \; Y_r^{\alpha_2} \; P_s^{\alpha_3} \; Y_r^{\alpha_4} \; c_{rs}^{\alpha_5} \; \theta_{rs}^{\alpha_6} , \qquad (2.9)$$

wie sie von einer Reihe von Autoren geschätzt wurden, angefangen mit Tinbergen (1962) und Linnemann (1966). Hier bezeichnen P und Y die Bevölkerung und das Sozialprodukt, c_{rs} die Distanz und θ_{rs} eine Dummyvariable (stellvertretend für eine Serie von Dummyvariablen), die auf einen Wert $\neq 1$ gesetzt wird, wenn Land r und Land s einer gemeinsamen Präferenzzone angehören, und auf den Wert 1 in allen anderen Fällen.

In der Literatur werden zu den Gravitationsmodellen auch die sogenannten beschränkten Gravitationsmodelle (Wilson, 1970) gezählt, die nicht unter die Form (2.9) fallen. Um auch diese in die Klasse der Gravitationsformen aufzunehmen, schlagen wir vor, eine funktionale Form für (2.7) als Gravitationsform zu bezeichnen, wenn sie sich multiplikativ zerlegen läßt in drei Faktoren, nämlich (1) einen Faktor, der sich nur auf die Lieferregion bezieht, also nur mit r indiziert ist, (2) einen Faktor, der sich nur auf die Empfangsregion bezieht, also nur mit s indiziert ist, und (3) einen doppelt indizierten Interaktionsfaktor, der nur von c_{rs} abhängt. Dieser Faktor wird als Leitwert bezeichnet. Formal hat also (2.7) Gravitationsform, wenn gilt

$$\theta_{rs} (\phi, C, \varphi) = a_r (\phi, C, \varphi) \cdot b_s (\phi, C, \varphi) \cdot f_{rs} (c_{rs}). \qquad (2.10)$$

a_r, b_s und f_{rs} sollen beliebige stetige Funktionen sein und es soll gelten

$$\frac{\partial f_{rs}}{\partial c_{rs}} < 0. \qquad (2.11)$$

Häufig wird mit dem Gravitationsansatz die Hypothese assoziiert, daß gilt

$$\frac{\partial \theta_{rs}}{\partial c_{rs}} < 0. \qquad (2.12)$$

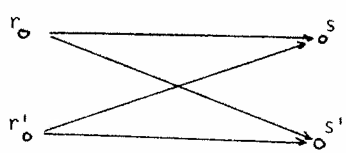
Man beachte jedoch, daß (2.10) und (2.11) nicht (2.12.) implizieren, weil im allgemeinen auch a_r und b_s von c_{rs} abhängen und der negative Effekt wachsender Entfernung auf den Leitwert durch einen gegengerichteten positiven Effekt auf a_r oder b_s überkompensiert werden kann. Diese Situation kann im Giffen-Fall auftreten. Ist (2.12) erfüllt, so sprechen wir von normaler Reaktion des Handels auf Distanzkostenänderungen.

Die Gravitationsform impliziert, daß die Kreuzhandelsrelationen zwischen Angebotsregionspaaren und Nachfrageregionspaaren allein von den Distanzkosten zwischen den betreffenden Regionspaaren abhängen. D.h. für jedes Paar von Angebotsregionen r, r' und jedes Paar von Nachfrageregionen s, s' gilt:

$$\frac{T_{rs}/\,T_{r's}}{T_{rs'}/\,T_{r's'}} = \frac{f_{rs}(c_{rs})/f_{r's}\,(c_{r's})}{f_{rs'}\,(c_{rs'})\,/\,f_{r's'}(c_{r's'})} \qquad \forall\ r,\ r',\ s,\ s'.$$

Abbildung 1 zeigt einen Ausschnitt aus der Handelsverflechtung, aus dem sich eine Kreuzhandelsrelation errechnen läßt.

Abbildung 1: Handelsverflechtung zwischen zwei Regionspaaren



Wir nennen jetzt Sonderfälle von (2.10) und systematisieren dadurch die in der Literatur aufgetretenen Modellformen. Wir nennen das Gravitationsmodell auf der Angebotsseite unbeschränkt, wenn a_r nicht von C abhängt. Entsprechend heißt das Gravitationsmodell auf der Nachfrageseite unbe-

schränkt, wenn b_s nicht von C abhängt. Ein beidseitig unbeschränktes Modell wie z.B. die Modelle (2.8) und (2.9) heißt bilateral. Im bilateralen Modell hängt der Handel zwischen den Regionen r und s nicht von den Distanzkosten zwischen anderen Regionspaaren ab. Meist wird in bilateralen Modellen darüber hinaus unterstellt, daß a_r nur von Φ_r und b_s nur von φ_s abhängt.

Das Gravitationsmodell heißt auf der Angebotsseite unelastisch beschränkt, wenn $T_{r.} = \sum_s T_{rs}$ nicht von C abhängt. Ein auf der Angebotsseite unelastisch beschränktes Modell kann auch geschrieben werden als

$$T_{rs} = a_r \cdot b_s\,(\Phi,\ C,\ \varphi) \cdot f_{rs}\,(c_{rs})$$

$$\text{mit } a_r = \theta_{r.}\,(\Phi,\ \varphi)\,[\sum_s b_s\,(\Phi,\ C,\ \varphi) \cdot f_{rs}\,(c_{rs})]^{-1}$$

Entsprechend bezeichnet man das Modell als auf der Nachfrageseite unelastisch beschränkt, wenn $T_{.s} = \sum_r T_{rs}$ nicht von C abhängt. Es kann dann in der Form

$$T_{rs} = a_r\,(\Phi,\ C,\ \varphi) \cdot b_s \cdot f_{rs}\,(c_{rs})$$

$$\text{mit } b_s = \theta_{.s}\,(\Phi,\ \varphi)\,[\sum_r a_r\,(\Phi,\ C,\ \varphi) \cdot f_{rs}\,(c_{rs})]^{-1}$$

geschrieben werden.

Für den Fall, daß das Modell beidseitig unelastisch beschränkt ist, findet man, wenn man die Randwerte $\theta_{r.}\,(\Phi,\ \varphi)$ und $\theta_{.s}\,(\Phi,\ \varphi)$ kennt, die Handelsströme durch Lösung des biproportionalen Gleichungssystems:

$$T_{rs} = a_r \cdot b_s \cdot f_{rs}\,(c_{rs}),\ a_r,\ b_s > 0,\ \forall\ r,\ s$$

$$\text{mit } \sum_r T_{rs} = \theta_{.s}\,(\Phi,\ \varphi)\ \forall\ s \text{ und } \sum_s T_{rs} = \theta_{r.}\,(\Phi,\ \varphi),\ \forall\ r.$$

Bezeichnet man den Fall, der weder unbeschränkt noch unelastisch beschränkt ist, als elastisch beschränkt, so ergeben sich für die Angebots- wie für die Nachfrageseitealso jeweils die drei Fälle (1) unbeschränkt, (2) elastisch beschränkt und (3) unelastisch beschränkt, und aus der Kombination dieser drei Fälle für die Angebots- und Nachfrageseite erhält man neun verschiedene Spezialfälle. Aus der Literatur sind in erster Linie Kombinationen des unbeschränkten mit dem unelastisch beschränkten Fall bekannt. Erst wenige Untersuchungen haben Modelle mit elastischen Schranken verwendet. Als Beispiel seien unsere Untersuchungen von Integrationseffekten im interregionalen und internationalen Handel genannt (Bröcker, 1984).

Zur Klasse der Gravitationsmodelle im angegebenen Sinne gehört auch das von Alonso (1978) unter der Bezeichnung "theory of movement" vorgeschlagene Modell. Es ist beschränkt und enthält den unbeschränkten und den unelastisch beschränkten Fall als extreme Sonderfälle. Es läßt sich in folgender Form schreiben:

$$T_{rs} = a_r \cdot b_s \cdot f_{rs}\,(c_{rs})$$

mit den Beschränkungen

$$\sum_r T_{rs} = \varphi_s\, b_s^{-\eta} \qquad \text{und} \qquad \sum_s T_{rs} = \psi_r\, a_r^{-\zeta}\,.$$

Hier sollen ψ_r und φ_s positive Skalare sein. $\eta > 0$ und $\zeta > 0$ sind Parameter, die die Elastizität der Beschränkungen auf der Nachfrage- bzw. Angebotsseite steuern. Mit $\eta = 0$ bzw. $\zeta = 0$ erhält man die unelastisch beschränkten Fälle auf der Nachfrage- bzw. Angebotsseite. φ_s und ψ_r sind dann die fixe Nachfrage und das fixe Angebot. Mit $\eta \to \infty$ bzw. $\zeta \to \infty$ ergeben sich auf der anderen Seite die unbeschränkten Fälle. Dies ist nicht unmittelbar ersichtlich, läßt sich jedoch formal zeigen, worauf wir hier allerdings verzichten. Die in einer Reihe von Beiträgen in der Literatur geführte Diskussion über Alonsos Modell (Anselin und Isard, 1980; Ledent, 1981) ist zum Teil dadurch verwirrend, daß nicht hinreichend klar wird, was als exogen und was als endogen im Modell aufgefaßt wird. Nach unserer Interpretation sind ψ_r, φ_s und c_{rs} die exogenen Variablen, die die Angebotsbedingungen, die Nachfragebedingungen und die Handelshemmnisse beschreiben. η und ζ sind Parameter. T_{rs}, a_r und b_s sind endogen. Weil a_r und b_s durch die Beschränkungen implizit als Funktionen von ψ, C und φ eindeutig bestimmt sind, gehört das Modell zu den Gravitationsmodellen in dem durch (2.10) definierten Sinne.

Wir zeigen jetzt, daß ein räumliches Preisgleichgewicht, in dem Nachfragefunktionen mit Logit-Aufteilung unterstellt werden (siehe Gleichung (2.6)), eine reduzierte Form vom Gravitationstyp annimmt. Wir zeigen dann, unter welchen Annahmen über Angebots- und Nachfragefunktionen sich die erwähnten speziellen Gravitationsformen ergeben. Unterstellen

wir also, das Preisgleichgewicht sei beschrieben durch die Nachfragefunktionen (2.6) mit noch nicht näher spezifizierten δ_s, durch die noch nicht näher spezifizierten Angebotsfunktionen (2.2), die in (2.3) formulierte Beziehung zwischen fob- und cif-Preisen und die Gleichgewichtsbedingungen (2.4). Die reduzierte Form ist dann offensichtlich vom Gravitationstyp in dem in (2.10) formulierten Sinne mit

$$a_r\,(\psi, C, \varphi) = A_r \exp\,(-\beta\, p_r^\star),$$

$$b_s\,(\psi, C, \varphi) = \delta_s\,(q_s^\star;\, \varphi_s)\Big[\sum_r A_r \exp\,(-\beta\, q_{rs}^\star)\Big]^{-1}$$

und

$$f_{rs}\,(c_{rs}) = \exp\,(-\beta\, c_{rs}).$$

Mit * sind die Gleichgewichtswerte der Preise gekennzeichnet, die sich aus der Lösung ergeben und daher i.a. von allen exogenen Variablen abhängen. Wenn man jetzt unendliche Preiselastizität des Angebots, also fixen Angebotspreis $p_r^\star$ unterstellt, ergibt sich der Sonderfall des auf der Angebotsseite unbeschränkten Modells. Der Sonderfall des auf der Nachfrageseite unbeschränkten Modells ergibt sich, wenn man schreiben kann

$$\delta_s\,(q_s;\, \varphi_s) = B_s\,(\varphi_s) \cdot \sum_r A_r \exp\,(-\beta q_{rs}). \qquad (2.13)$$

Die unelastisch beschränkten Fälle erhält man, wenn man unterstellt, daß die Angebotsfunktion (2.2) vollständig preisunelastisch ist (unelastische Angebotsbeschränkung) bzw. daß in der Nachfragefunktion (2.6) δ_s nicht von q_s abhängt (unelastische Nachfragebeschränkung).

Es ist auch denkbar, daß die genannten speziellen Formen zwar nicht global, wohl aber in einer größeren oder kleineren Umgebung eines Gleichgewichtes gültig sind. Insbesondere können sie lokal, das heißt bei einer marginalen Variablenänderung gültig sein. Wenn also z.B. an der Stelle $p_r^\star$ in den Angebotsfunktionen (2.2) gilt[1]

----

[1] Genaugenommen muß man dann an der Stelle $p_r^\star$ von einer Angebotskorrespondenz sprechen, weil $\sigma_r\,(p_r^\star;\, \varphi_r)$ mengenwertig ist.

$$\frac{\partial S_r}{\partial p_r} = \infty \qquad \forall r,$$

und wenn an der Stelle q_s^* in den Nachfragefunktionen gilt[1]

$$\frac{\partial \tau_{rs}}{\partial q_{rs}} = -\beta T_{rs}^* \quad \text{und} \quad \frac{\partial \tau_{rs}}{\partial q_{r's}} = 0 \quad \forall r' \neq r, \quad \forall r,$$

dann ist das Modell an der Stelle der Gleichgewichtslösung lokal unbeschränkt. Es gilt dann nämlich

$$\frac{\partial \theta_{rs}}{\partial c_{rs}} = -\beta T_{rs}^* \quad \text{und} \quad \frac{\partial \theta_{rs}}{\partial c_{r's'}} = 0 \quad \forall r' \neq r \text{ oder } s' \neq s.$$

Dasselbe Ergebnis erhält man, wenn man

$$T_{rs} = a_r b_s \exp(-\beta c_{rs})$$

nach c_{rs} unter der Annahme ableitet, daß a_r und b_s lokal nicht von der Distanz abhängen.

c) Zur Frage der "Herleitung" von Gravitationsmodellen

Nach unserer Interpretation ist das Gravitationsmodell eine mögliche reduzierte Form eines Handelsgleichgewichtes. Außer dieser gibt es natürlich beliebig viele andere funktionale Formen, und es ist kaum zu vermuten, daß sich theoretische Argumente dafür finden lassen, diese funktionale Form anderen vorzuziehen.[2] Insofern kann das Gravitationsmodell ebensowenig theoretisch hergeleitet werden wie etwa die CD-Form oder die Translog-Form einer Produktionsfunktion oder eines Ausgabensystems.

Die Autoren, die sich mit einer neoklassischen "Herleitung" des Gravitationsmodells befassen (Niedercorn und Moorehead, 1974) gelangen natürlich zur Gravitationsform nur unter der Annahme spezieller Formen von

---

[1] Bei Erfüllung von (2.13) gilt dies global.

[2] Analogien â la Newton oder â la Boltzmann (Wilson, 1970) bieten jedenfalls keine theoretische Herleitung; vgl. Bröcker (1984, S. 26 - 44).

Nutzen- oder Produktionsfunktionsfunktionen. Daher wird nicht die spezielle Form des Gravitationsansatzes hergeleitet, sondern die Willkür in der Wahl der reduzierten Funktionsform durch die Willkür in der Wahl der Funktionsformen von Techniken und Präferenzen ersetzt.

Eine Herleitung von Gravitationsmodellen aus individuellen Nutzen- oder Profitmaximierungskalkülen kann also höchstens zeigen, daß die Modellform mit der neoklassischen Angebots- und Nachfragetheorie verträglich ist. Ein solcher Verträglichkeitsnachweis muß in zwei Schritten erfolgen. Im ersten Schritt muß man zeigen, daß das Modell sich als Lösung eines Preisgleichgewichts auffassen läßt. Dies haben wir für Gravitationsmodelle mit exponentieller Distanzfunktion oben im Unterabschnitt b) getan. Im zweiten Schritt wäre zu zeigen, daß die dabei auftretenden Angebots- und Nachfragefunktionen neoklassisch rationalisiert werden können. Eine Nachfrage- bzw. Angebotsfunktion bezeichnen wir als rationalisiert, wenn man zeigen kann, daß sie als Resultat rationaler Entscheidung nutzenmaximierender Haushalte und/oder profitmaximierender Firmen aufgefaßt werden kann, wobei unterstellt wird, daß die Haushalte bzw. Firmen als Mengenanpasser unter Bedingungen vollständiger Konkurrenz agieren. Wir wollen hier kurz auf diesen zweiten Schritt der Verträglichkeitsprüfung eingehen.

Das Gravitationsmodell beschreibt auf aggregierter Ebene einen kleinen Teilausschnitt der Ökonomie. Man geht deswegen sinnvollerweise davon aus, daß die Angebots- und Nachfragefunktionen aggregiert sind, also die Resultate der Entscheidungen vieler Wirtschaftssubjekte in ihrer Summe beschreiben. Und zweitens ist zu unterstellen, daß für jeden involvierten Haushalt bzw. jede involvierte Firma nur ein kleiner Ausschnitt aus dem im Entscheidungskalkül jeweils betrachteten Güterbündel durch die Funktionen beschrieben wird: Beim Angebot wird nur ein einziges Gut betrachtet, bei der Nachfrage nur eine Art von Gütern, die nach Ursprungsregion indiziert sind. Angebot und Nachfrage sind daher unter ceteris-paribus-Bedingungen, d.h. bei Konstanz der Preise aller anderen, in den Funktionen nicht auftauchenden Güter und Faktoren abzuleiten.

Nehmen wir die Nachfragefunktion $T_s = \tau_s (q_s)$ für eine Region s, wobei auf die Darstellung der sonstigen Nachfragedeterminanten außer dem Preisvektor q_s hier verzichtet wird. T_s sei das Aggregat der Nachfrage der Haushalte i in der Region: $T_s = \sum_i x_i$, wobei x_i den auf den Haushalt i fallenden Anteil an der regionalen Gesamtnachfrage bezeichnet. Außer dem Bündel x_i fragt der Haushalt noch weitere Güter nach. Das Bündel dieser Güter sei z_i, der Vektor ihrer cif-Preise sei Π_s. Das gesamte Nachfragebündel des Haushaltes ist also (x_i, z_i), der zugehörige Preisvektor ist (q_s, Π_s).
Das Güterbündel (x_i, z_i) fassen wir als Überschußnachfragevektor des Haushaltes i auf, von dem wir annehmen, er wähle nach einer Präferenzordnung mit den üblichen Eigenschaften[1] und bei gegebener Anfangsausstattung ϵ_i das unter Beachtung der Budgetrestriktion maximale Güterbündel. Dadurch wird eine Nachfragefunktion $g_i (q_s, \Pi_s, \epsilon_i)$ definiert, die dem in Region s geltenden Preisvektor (q_s, Π_s) und der Anfangsausstattung ϵ_i des Haushaltes i eindeutig den von ihm gewählten Überschußnachfragevektor (x_i, z_i) zuordnet.

Die oben aufgeworfene Frage nach der Rationalisierbarkeit von τ_s lautet dann präzise formuliert:

> Gibt es für eine Menge von Haushalten H_s Überschußnachfragefunktionen g_i, Preisvektoren Π_s und Anfangsausstattungen ϵ_i, so daß gilt
>
> $$\tau_s (q_s) = \sum_{i \in H_s} x_i \quad \text{mit} \quad (x_i, z_i) = g_i (q_s, \Pi_s, \epsilon_i) \; \forall \; i \in H_s?$$

Diese Frage läßt sich überraschenderweise generell mit ja beantworten, und zwar für beliebige Funktionen τ_s, solange sie nur stetig sind, wenn man annimmt, daß die Zahl der Haushalte in Region s mindestens so groß ist wie die Dimension des Güterbündels (x_i, z_i). Dies folgt aus einem Theorem von Debreu (1974) über aggregierte Überschußnachfragefunktionen. Es besagt, daß sich jede stetige aggregierte Überschußnachfragefunktion rationalisieren läßt, die dem Walras'schen Gesetz genügt und nullhomo-

----

[1] Die Präferenzordnung sei eine streng konvexe, monotone, stetige, vollständige Präordnung.

gen ist,[1] sofern die Zahl der Haushalte mindestens so groß wie die Dimension des Güterraumes ist. Man beachte, daß die beiden genannten Restriktionen nicht für τ_s gelten, weil τ_s nur beschreibt, wie ein Teil des gesamten Nachfragevektors auf Veränderungen des entsprechenden Teils des Preisvektors reagiert. Hinsichtlich der übrigen Güter und Preise läßt τ_s sich offensichtlich immer derart ergänzen, daß die gesamte aggregierte Überschußnachfragefunktion den beiden genannten Forderungen genügt.

Pointiert gesagt läßt sich demnach jede beliebige Überschußnachfragefunktion neoklassisch rationalisieren bzw. "herleiten". Weil die Nachfragetheorie für Marktnachfragefunktionen unter ceteris-paribus-Bedingungen gar keine Implikationen hat, ist jeder unterstellte Funktionsverlauf mit dieser Theorie verträglich. Daher darf auch bezweifelt werden, ob die explizite Herleitung aus Nutzenkalkülen der Haushalte, die praktisch äußerst schwierig sein kann, irgendeinen Erkenntniswert hat. Möglich ist sie jedenfalls immer, und deswegen ist sie für die Begründung eines bestimmten Funktionsverlaufes untauglich.

Wir haben bislang unterstellt, die Überschußnachfrage würde nur von nutzenmaximierenden Haushalten entfaltet. Ohne Schwierigkeiten können in das Aggregat außerdem profitmaximierende Firmen aufgenommen werden. Allerdings sehen die Verhältnisse etwas anders aus, wenn die Nachfrager bzw. Anbieter ausschließlich mengenanpassende profitmaximierende Firmen sind. Die Monotonieeigenschaften ihrer Nachfrage- bzw. Angebotsfunktionen bleiben bei Aggregation nämlich erhalten. Dies schränkt die Klasse der rationalisierbaren Überschußnachfragefunktionen wesentlich ein. Dieses Problem soll hier nicht weiter diskutiert werden.
Es sei nur erwähnt, daß eindimensionale Angebotsfunktionen wie Gleichung (2.2) als reine Firmen-Angebotsfunktionen rationalisierbar sind, wenn sie nichtsinkend monoton sind.

----

[1] Das Walras'sche Gesetz fordert, daß die gesamte Überschußnachfrage den Wert Null hat, Nullhomogenität fordert, daß proportionale Preisänderungen die Nachfrage unverändert lassen.

3. Schätzung von Handelshemmnissen

Wir wollen jetzt zeigen, wie man unter Verwendung der Gravitationsform (2.10) auf einfache Weise Handelshemmnisse im interregionalen bzw. internationalen Handel quantifizieren kann. Dazu wird unterstellt, daß sich Handelshemmnisse wie Transportkosten, Zölle, nichttarifäre Hemmnisse wie technische Normen etc. (NTB_s) sowie die unter dem Begriff "kulturelle Distanz" zusammengefaßten Faktoren in den Distanzkosten c_{rs} und damit in den cif-fob-Differenzen niederschlagen. Cif-Preise werden also als Preise verstanden, die nicht nur die reinen Transport- und Versicherungskosten, Zölle etc. enthalten, sondern darüber hinaus monetäre Äquivalente für die pro Produkteinheit anfallenden Kosten für die Überwindung der kulturellen Distanz zwischen den Handelspartnern.

Es sei unterstellt, daß sich die Distanzkosten c_{rs} additiv aus verschiedenen Komponenten zusammensetzen derart, daß die Kosten linear von verschiedenen handelshemmenden (oder handelsfördernden) Faktoren abhängt, also

$$c_{rs} = \sum_{k=1}^{l} \varkappa_k \, d_{rsk} \qquad \forall \; r, s. \tag{3.1}$$

d_{rsk}, $k=1, \ldots, l$, sind die Kostendeterminanten. Sind diese, wie etwa die geographische Entfernung, auf einer metrischen Skala meßbar, bezeichnet $\varkappa_k$ die Kosten pro Produkteinheit und pro Einheit der Kostendeterminante. Kostendeterminanten können auch auf einer Nominalskala gemessen werden. In diesem Falle lassen sie sich durch Dummyvariablen repräsentieren. Ein handelsfördernder Faktor ist z.B. die Zugehörigkeit eines Länderpaares zu einer gemeinsamen Zollunion. In diesem Falle setzt man $d_{rsk} = 1$, wenn r und s der Zollunion angehören, und $d_{rsk} = 0$ anderenfalls. Dann gibt $-\varkappa_k$ an, um wieviel die Distanzkosten für den Handel zwischen Zollunionspartnern unter denen des sonstigen Handels liegen.

Setzen wir (3.1) in das Gravitationsmodell mit log-linearer Distanzfunktion ein, dann ergibt sich

$$T_{rs} = a_r(\phi, C, \varphi) \cdot b_s(\phi, C, \varphi) \quad \exp\left[-\beta \left(\sum_{k=1}^{l} \varkappa_k \, d_{rsk}\right)\right] \qquad \forall \; r, s.$$

Für eine vollständige Schätzung müßten jetzt auch die Funktionen a_r und b_s funktional spezifiziert und das Modell simultan geschätzt werden. Wie bereits angedeutet, interessieren wir uns hier aber lediglich für die Schätzung der Distanzfunktion. Dies vereinfacht das Schätzproblem außerordentlich; denn die Distanzfunktion können wir schätzen, indem wir nicht nur β und $\varkappa$, sondern auch die Funktionswerte a_r und b_s als zu schätzende Parameter auffassen. Dann kann die Schätzgleichung wie folgt aufgeschrieben werden:

$$T_{rs} = a_r \cdot b_s \cdot \exp\left(\sum_{k=1}^{l} \varkappa_k \, d_{rsk}\right) + u_{rs} \qquad \forall \; r, s, \tag{3.1a}$$

mit $\gamma_k = -\beta \, \varkappa_k$. u_{rs} ist eine stochastische Störung, über die noch zu sprechen sein wird.

Natürlich sind die Parameter $\varkappa_k$ selbst nicht identifizierbar, sondern nur ihr Produkt mit dem Parameter der Nachfragefunktion. Daher sind hier einige Erläuterungen zur Interpretation der Parameter γ_k am Platze. In den von uns geschätzten Handelsmodellen ist eine der Variablen d_{rsk} die geographische Entfernung. Für die Parameterinterpretation ist es dann hilfreich, die Parameter γ_k in Entfernungsäquivalente umzurechnen. Es sei d_{rs1} die geographische Entfernung. Damm ist $\tilde{\gamma}_k$, definiert als

$$\tilde{\gamma}_k = {}^{\gamma_k}/_{\gamma_1},$$

der handelshemmende Effekt einer Einheit der Variable k, ausgedrückt in Entfernungsäquivalenten. Es sei z.B. d_{rsk} eine Dummyvariable für den handelshemmenden Effekt einer nationalen Grenze. D.h. $d_{rsk} = 1$, wenn der interregionale Handel zwischen Region r und Region s eine nationale Grenze überschreitet, und $d_{rsk} = 0$ für intranationale interregionale Ströme. Dann ist $\tilde{\gamma}_k$ das Entfernungsäquivalent der nationalen Grenze.

Der Parameter γ_k gibt an, wie groß ceteris paribus die relative Veränderung des Handelsstromes T_{rs} ist, wenn d_{rsk} sich um eine Einheit verändert; denn es gilt ja

$$\frac{\partial T_{rs}}{\partial d_{rsk}} = T_{rs} \cdot \gamma_k , \qquad (3.1b)$$

sofern a_r und b_s als Konstanten angesehen werden. Diese Einschränkung ist wichtig. Unter die ceteris-paribus-Klausel fallen also auch die Faktoren a_r und b_s. Wie jedoch vorher dargelegt, sind diese im allgemeinen ebenfalls von C und damit von d_{rsk} abhängig. Die Kenntnis der Parameter γ_k erlaubt einem daher noch nicht, abzuschätzen, wie sich der Handel ändert, wenn bestimmte Komponenten der Distanz sich ändern. Dies ist nur unter zusätzlichen Annahmen möglich, etwa unter der Annahme, daß das Modell unbeschränkt oder daß es unelastisch beschränkt ist. Unter der Bedingung allerdings, daß $T_{rs}/T_{.s}$ und $T_{rs}/T_{r.}$ klein sind, gilt in beschränkten Modellen (3.1b) näherungsweise.

Kurz gesagt gibt γ_k also die relative Veränderung des Handelsstromes bei Änderung der Distanzkomponente k um eine Einheit an unter der Voraussetzung, daß das Modell unbeschränkt ist oder daß der betrachtete Handelsstrom nur einen kleinen Anteil an allen Lieferungen der anbietenden und allen Empfängen der nachfragenden Region ausmacht.

a) Parameterschätzung durch Randsummenanpassung

Die Modellform (3.1a) wird in der Verkehrsmodellierung schon seit vielleicht 20 Jahren auf der Stufe der Verkehrsverteilung verwendet. Als Schätzverfahren (die Verkehrsingenieure sprechen meist von Eichverfahren) für die Multiplikatoren ist hier - für gegebenes γ - üblich, diese so festzulegen, daß die Schätzwerte der Randsummen der Interaktionsmatrix den beobachteten Randsummen gleich sind, daß also gilt

$$\sum_r \hat{T}_{rs} = \sum_r T_{rs} \quad \forall s \qquad \text{und} \qquad \sum_s \hat{T}_{rs} = \sum_s T_{rs} \quad \forall r. \qquad (3.2)$$

T_{rs} bezeichnet den beobachteten, $\hat{T}_{rs}$ den geschätzten Strom. Sind auch die Parameter γ_k zu schätzen, so wird analog zu (3.2) gefordert, daß die gewichtete Gesamtdistanz, die von den geschätzten Strömen "überwunden" wird, gerade so hoch ist wie die, die von den beobachteten Strömen überwunden wird, daß also gilt[1]

$$\sum_{rs} \hat{T}_{rs}\, d_{rsk} = \sum_{rs} T_{rs}\, d_{rsk} \quad \forall k \qquad (3.3)$$

Die geforderten Bedingungen (3.2) und (3.3) schreiben vor, daß die Eichung dafür zu sorgen hat, daß die Schätzung in bestimmter Hinsicht an die Beobachtungen angepaßt wird. Daß die Anpassung gerade in der durch die Summen (3.2) und (3.3) beschriebenen Art zu erfolgen hat, bedarf allerdings einer Begründung. Die Üblichkeit des Verfahrens sowie Analogüberlegungen sind schwache Argumente, und außerdem gestatten sie nicht, Fehlergrenzen für geschätzte Parameter anzugeben. Dies ist nur mit Methoden der klassischen oder Bayes'schen schließenden Statistik möglich.

Glücklicherweise führen unter naheliegenden Annahmen über die im Modell vorhandenen Zufallsstörungen klassische Methoden gerade zu dem angegebenen System von Schätzgleichungen. Dadurch erfährt es nicht nur eine solide theoretische Begründung, es wird auch klar, welche Fehlerstruktur bei den üblichen Eichverfahren implizit unterstellt ist. Und schließlich ist es möglich, Vertrauensbereiche zu schätzen und Hypothesen zu testen. Das ist von größter praktischer Bedeutung.

Wir zeigen jetzt zuerst, daß dem angegebenen Gleichungssystem implizit die Minimierung einer bestimmten Abstandsfunktion zugrundeliegt, die die Abweichungen zwischen geschätzten und beobachteten Strömen mißt. Dies ist im Prinzip bekannt. Weiter wird gezeigt, daß diese Abstandsfunktion sich auf das logarithmierte Likelihoodverhältnis zurückführen läßt, wenn die Ströme Poisson-verteilte Häufigkeiten sind, deren Erwartungswerte durch das Modell (3.1a) dargestellt werden. Auch dies ist gut bekannt.[2]

----

[1] Das Gleichungssystem (3.1a), (3.2) und (3.3) hat fast immer eine Lösung, die sich auch für große Probleme schnell berechnen läßt. Vgl. dazu die Bemerkung am Schluß von Abschnitt b).

[2] Es ist erstaunlich, daß es dennoch möglich ist, die für das ganz allgemein formulierte log-linear Modell seit über 10 Jahren ausgearbeitete Theorie (vgl. z.B. die ausführliche Lehrbuchdarstellung durch Haberman (1978) und die dort angegebene ältere Literatur) in einem renommierten Journal für den Spezialfall des Gravitationsmodells wieder aufzukochen (so geschehen durch Sen, 1986).

Weniger bekannt ist der dann entwickelte Gedanke, daß dieselben Schätzgleichungen sich auch für den Fall herleiten lassen, daß die abhängige Variable stetig ist und die Varianz des Störterms der systematischen Komponente der abhängigen Variable, wie sie in Gleichung (3.1a) dargestellt ist, proportional ist. Die Herleitung stützt sich auf die Theorie über Maximum-Quasi-Likelihood-Schätzer (MQL-Schätzer), die - ausgehend von einer Idee von Wedderburn (1974) - erst in den letzten Jahren von McCullagh und Nelder (1983; ausführlich auch McCullagh, 1983) entwickelt wurde.

b) Schätzung durch Divergenzminimierung

Für die folgende Darstellung bedienen wir uns der allgemeinen Formulierung des log-linearen Modells:

$$y_i = \exp(x_i \lambda) + u_i, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{3.5}$$

y_i ist die abhängige Variable für die i-te Beobachtung, $x_i = (x_{i1}, \ldots, x_{in})$ ist der Zeilenvektor der Regressoren für die i-te Beobachtung und λ mit $\lambda' = (\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ ist der Parameter-Spaltenvektor, der geschätzt werden soll. u_i ist die i-te Zufallsstörung. Das Handelsmodell (3.1a) läßt sich durch geeignete Definition von Dummyvariablen, deren zugehörige λ-Parameter die Logarithmen der a_r- und b_s-Multiplikatoren sind, in die Form (3.5) überführen.

Wir definieren jetzt für die i-te Beobachtung das Abstandsmaß

$$d(y_i, \mu_i) = 2 \{y_i \log {}^{y_i}/_{\mu_i} + \mu_i - y_i\}. \tag{3.6}$$

$\mu_i = \exp(x_i \lambda)$ bezeichnet die systematische Komponente. d ist definiert für $\mu_i > 0$ und $y_i \geq 0$, wobei der Fall $y_i = 0$ durch die stetige Ergänzung $y_i \log y_i = 0$ für $y_i = 0$ in den Definitionsbereich einbezogen wird. d ist nicht-negativ und linear homogen in den beiden Argumenten, d.h.

$$d(\alpha y_i, \alpha \mu_i) = \alpha d(y_i, \mu_i) \quad \forall \alpha > 0.$$

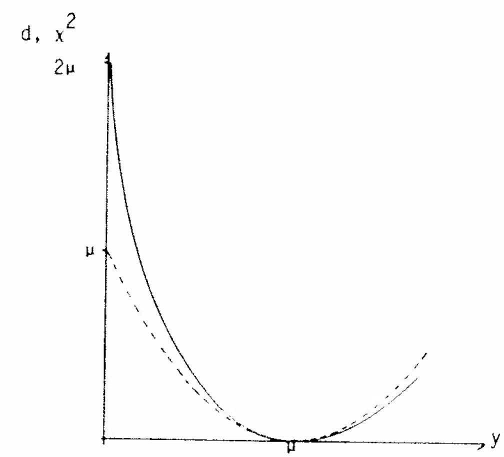
d ist streng konvex in y_i und nimmt für $y_i = \mu_i$ mit dem Funktionswert Null ein eindeutiges Minimum bezüglich y_i an.

Abbildung 1 zeigt den Funktionsverlauf von d (durchgezogene Linie) sowie den des Abstandsmaßes Chi-Quadrat (gestrichelte Linie)

$$\chi^2(y_i, \mu_i) = \frac{(y_i - \mu_i)^2}{\mu_i}. \tag{3.7}$$

Dieses Maß ist nämlich interessanterweise die quadratische Approximation von d bezüglich y_i an der Stelle $y_i = \mu_i$; denn der Funktionswert und die erste Ableitung von d verschwinden an der Stelle $y_i = \mu_i$, und die zweite Ableitung hat den Wert ${}^2/_{\mu_i}$.

Abbildung 1: Abstandsfunktionen



Als Abweichungsmaß des Vektors y ($y' = (y_1, \ldots, y_m)$) vom Vektor μ ($\mu' = (\mu_1, \ldots, \mu_m)$) definiert man nun einfach die Summe über die d, also

$$D\ (y,\ \mu) = \sum_i d\ (y_i,\ \mu_i). \qquad (3.8)$$

Für festes y ist $D\ (y,\ \mu(\lambda))$ mit $\mu_i\ (\lambda) = \exp\ (x_i\lambda)$ eine konvexe Funktion von λ. Dafür, daß D bezüglich λ ein Minimum annimmt, ist daher notwendig und hinreichend, daß die partiellen Ableitungen von D nach den Komponenten von λ verschwinden. Wie man durch Einsetzen nachrechnet, führt dies auf die Bedingungen

$$X'\ y = X'\ \mu\ (\lambda). \qquad (3.9)$$

X ist die m x n-Regressorenmatrix mit den Zeilen x_i. (3.9) ist die allgemeine Formulierung der Bedingungen (3.2) und (3.3) und liefert n Gleichungen für die Schätzung der n Parameter λ_1 bis λ_n.
Das System (3.9) hat genau dann eine Lösung, wenn es einen streng positiven Vektor $y^+ > 0$ gibt, so daß gilt

$$X'\ y = X'\ y^+.$$

Der Parametervektor $\hat{\lambda}$, der (3.9) löst, ist genau dann eindeutig, wenn die Spalten von X linear unabhängig sind (Bröcker, 1980).

c) ML-Schätzung des Poisson-Modells

Wie bereits angedeutet, führt das Maximum-Likelihood-Prinzip zur Minimierung der Abstandsfunktion D, wenn die y_i unabhängig Poisson-verteilte diskrete Häufigkeiten mit den erwarteten Häufigkeiten μ_i sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Poisson-verteilte Variable Y_i mit dem Erwartungswert μ_i den Wert y_i annimmt, ist

$$pr\ (Y_i = y_i) = [\exp\ (-\mu_i)\ \mu_i^{y_i}]/y_i!$$

Also lautet die Likelihoodfunktion

$$L\ (y,\ \mu) = \sum_i \{-\mu_i + y_i \log \mu_i - \log\ (y_i!)\}.$$

Der Zusammenhang zwischen L und D ist jetzt leicht herzustellen. Es gilt nämlich

$$D\ (y,\ \mu) = 2 \cdot L\ (y,\ y) - 2 \cdot L\ (y,\ \mu) \qquad (3.10)$$

$L\ (y,\ y)$ hängt nicht von λ ab. Daher sind die Minimierung von $D\ (y,\ \mu\ (\lambda))$ und die Maximierung von $L\ (y,\ \mu\ (\lambda))$ bezüglich λ einander äquivalent.
Aus allgemeinen Eigenschaften von Likelihoodfunktionen folgt, daß die Statistik

$$D\ (y,\ \mu) = 2 \cdot L\ (y,\ y) - 2 \cdot L\ (y,\ \mu)$$

asymptotisch χ^2 verteilt ist mit m-n Freiheitsgraden. Dasselbe gilt für die quadratische Approximation, die Pearsonsche Chi-Quadrat-Statistik (vgl. (3.7)).Neben anderen kann diese Statistik zum Hypothesentest herangezogen werden.

d) MQL-Schätzung des Modells mit proportionaler Varianz

Das Poisson-Modell ist geeignet z.B. zur Modellierung von Wanderungsströmen, Fahrten etc., die durch nichtnegative ganze Zahlen gemessen werden.
Handelsströme werden dagegen durch nichtnegative reelle Zahlen gemessen. Hier läßt sich das Poisson-Modell nicht anwenden. Aber plausible Überlegungen zum datengenerierenden Prozeß im interregionalen Handel führen zu einer Quasi-Likelihoodfunktion, deren Maximierung wiederum der Minimierung des Abstandsmaßes D äquivalent ist.

Es bezeichne also y_i den Handel zwischen zwei Regionen, gemessen z.B. in DM/Jahr. Der Handel setze sich zusammen aus einzelnen Lieferungen z_{ik}. Nun sei unterstellt, die Lieferungsgrößen, gemessen in DM, lassen sich auffassen als unabhängig identisch verteilte positive Zufallsvariablen und die Anzahl der Lieferungen pro Jahr, f_i, sei Poisson-verteilt mit Erwartungswert ν. y_i ist dann eine nichtnegative reellwertige Zufallsvariable,

$$y_i = \sum_{k=1}^{f_i} z_{ik} \qquad (3.11)$$

mit Erwartungswert

$$\mu_i = E(y_i) = E(z)\ \nu_i \tag{3.12}$$

Unterstellen wir wie vorher für ν_i ein log-lineares Modell, so ergibt sich wie oben (3.5)

$$y_i = \exp(x_i\ \lambda) + u_i$$

mit $u_i \geq -\exp(x_i\ \lambda)$ und $E(u_i) = 0$.

u_i ist eine reellwertige Zufallsvariable, deren Verteilung in verwickelter Weise nicht nur von μ_i abhängt, sondern auch von den Parametern der Verteilung der Lieferungsgrößen z. Die Verteilung von u_i ist außerdem nicht rein stetig, weil die Wahrscheinlichkeit, daß der Handel den Wert Null hat, streng positiv ist. Wenn z, wie hier unterstellt, stetig verteilt ist, gilt

$$pr(y_i = 0) = pr(f_i = 0) = \exp(-\nu_i). \tag{3.13}$$

Die Wahrscheinlichkeit nimmt mit sinkender Zahl erwarteter Lieferungen zu. Üblicherweise führe man jetzt fort, indem man die Likelihoodfunktion aufschreibt und hinsichtlich der unbekannten Parameter in der Verteilungsfunktion von z maximiert. Offensichtlich ist dies jedoch schwierig, weil sich die Verteilung von y_i bzw. u_i nicht einfach explizit hinschreiben läßt.

Wir können das Schätzproblem jedoch einfacher unter Verwendung des MQL-Prinzips lösen, das die Spezifikation der Verteilung nur hinsichtlich der ersten beiden Momente verlangt, während das ML-Prinzip die Spezifikation der gesamten Verteilungsfunktion erfordert. Das MQL-Prinzip verallgemeinert das Kleinste-Quadrat-Prinzip, welches ebenfalls zu Schätzern mit wünschenswerten asymptotischen Eigenschaften führt, wenn nur die ersten und zweiten Momente der Störungen bestimmten Forderungen (konstante Varianzen, Kovarianzen und Erwartungswerte von Null) genügen.

Das MQL-Prinzip läßt sich anwenden auf im allgemeinen nichtlineare Regressionen, in denen die Störvarianz eine bis auf einen Skalar bekannte Funktion der systematischen Komponente ist. Es sei also

$$E(y_i) = \mu_i(\lambda) \quad \text{und} \quad Var(y_i) = \sigma^2\ v_i(\mu_i) \tag{3.14}$$

mit bekannten Funktionen $\mu_i(\lambda)$ und $v_i(\lambda)$, unkorrelierten[1] y_i und bekannten Parametern λ und σ^2. Die Log-Quasi-Likelihoodfunktion $ql(y_i, \mu_i)$ für die i-te Beobachtung wird dann definiert durch die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{\partial\ ql(y_i, \mu_i)}{\partial\ \mu_i} = (y_i - \mu_i) / v_i(\mu_i). \tag{3.15}$$

Die MQL-Schätzung für λ erhält man, wenn man die Log-Quasi-Likelihoodfunktion $QL(y, \mu) = \sum_i ql(y_i, \mu_i)$ bezüglich λ maximiert. Dies führt auf die MQL-Bedingungen

$$\frac{\partial\ QL(y, \mu(\lambda))}{\partial\ \lambda_j} = \sum_i \frac{\partial\ \mu_i}{\partial\ \lambda} (y_i - \mu_i) / v_i(\mu_i) = 0 \quad \forall\ j. \tag{3.16}$$

Noch haben wir nichts über die Schätzung von σ^2 gesagt. Wir stellen dies zurück, bis wir das MQL-Prinzip veranschaulicht und etwas über die Eigenschaften des MQL-Schätzers für λ gesagt haben.

Zur Veranschaulichung sei folgendes gesat: Wäre y_i normalverteilt mit Erwartungswert μ_i und von μ_i unabhängiger Varianz $\sigma^2\ v_i$, so ergäbe sich ja

$$\frac{\partial\ l(y_i, \mu_i)}{\partial\ \mu_i} = (y_i - \mu_i) / \sigma^2\ v_i$$

Die QL-Funktion ist demnach so konstruiert, daß sie auf dieselben Schätzgleichungen führt wie das ML-Prinzip bei normalverteilten Störungen, deren Varianzen als bereits bekannt betrachtet werden.

McCullogh (1983) hat die asymptotische Theorie von MQL-Schätzern entwickelt. Er erhält außer der asymptotischen Verteilung des MQL-Schätzers für λ auch eine Optimalitätseigenschaft innerhalb einer Klasse von

----

[1] Das Prinzip ist auch allgemeiner anwendbar bei korrelierten Beobachtungen, wenn die Varianz-Kovarianzmatrix eine bis auf einen Skalar bekannte Funktion des Vektors der systematischen Komponenten ist. Für uns reicht hier jedoch der einfache diagonale Fall.

Schätzern. Dies Resultat verallgemeinert das Gauss-Markov-Theorem für Kleinst-Quadrat-Schätzer in linearen Modellen, gilt aber im Unterschied zu diesem im allgemeinen nicht für kleine Stichproben.
McCullogh zeigt unter anderem, daß der MQL-Schätzer $\hat{\lambda}$, der die Bedingungen (3.16) erfüllt, asymptotisch normalverteilt ist mit Erwartungsvektor λ (λ bezeichnet den wahren Parametervektor) und Varianz-Kovarianzmatrix

$$\vec{Cov}\ (\hat{\lambda}) = \sigma^2\ (M'\ V^{-1}\ M)^{-1}. \qquad (3.17)$$

M ist eine mxn-Matrix mit dem Element

$$M_{ij} = \frac{\partial\ \mu_i}{\partial\ \lambda_j}$$

in Zeile i und spalte j. V ist eine mxm-Diagonalmatrix mit dem i-ten Diagonalelement $v_i\ (\mu_i)$.

Analog zum logarithmischen Likelihoodverhältnis läßt sich hier auch ein Abweichungsmaß definieren. H_0 und H_A seien verschachtelte Hypothesen, wobei n die Dimension des λ-Parameterraumes unter H_A und $n^* < n$ die Dimension des restringierten λ-Parameterraumes unter H_0 ist. $\hat{\lambda}_0$ und $\hat{\lambda}$ seien die MQL-Schätzer unter H_0 und H_A. Dann ist das Abweichungsmaß

$$D\ (\mu\ (\hat{\lambda}),\ \mu\ (\hat{\lambda}_0)) = 2\ QL\ (y,\ \mu\ (\hat{\lambda})) - 2\ QL\ (y,\ \mu\ (\hat{\lambda}_0)) \qquad (3.18)$$

asymptotisch verteilt wie $\sigma^2 \cdot \chi^2\ (n - n^*)$. Insbesondere ist $D\ (y,\ \mu\ (\hat{\lambda}))$ asymptotisch verteilt wie $\sigma^2 \cdot \chi^2\ (m - n)$. Wir verwenden hier das Symbol D für das Abweichungsmaß, weil, wie wir noch zeigen, das hier aus der QL-Funktion entwickelte Maß im oben spezifizierten log-linearen Modell mit dem in (3.8) und (3.6) definierten Maß identisch ist.

Man kann die Teststatistik $D\ (y,\ \mu)$ nicht verwenden, um zu testen, ob das Modell die Daten adäquat abbildet, weil man den wahren Parameter σ^2 nicht kennt. Man kann sie aber andersherum zur Schätzung von σ^2 unter der Annahme heranziehen, daß die Daten durch das Modell generiert werden. Da für große Stichproben gilt

$$E\ (D\ (y,\ \mu)) \approx \sigma^2 \cdot E\ (\chi^2\ (m-n)) = \sigma^2 \cdot (m-n),$$

läßt σ^2 sich schätzen nach

$$\hat{\sigma}^2 = D\ (y,\ \hat{\mu})\ /\ (m - n). \qquad (3.19)$$

Die Schätzung $\hat{\sigma}^2$ benötigt man insbesondere, um unter Verwendung von (3.17) Vertrauensbereiche für $\hat{\lambda}$ abzuschätzen sowie Hypothesen zu testen. Man erhält eine Schätzung von $\vec{Cov}\ (\hat{\lambda})$, wenn man auf der rechten Seite von (3.17) die wahren Parameter durch ihre Schätzungen ersetzt. Einzelne Parameter kann man dann z.B. nach dem t-Test mit

$$t = {}^{\hat{\lambda}_j}/\hat{\sigma}\ (\hat{\lambda}_j) \qquad (3.20)$$

auf Signifikanz testen. $\hat{\sigma}\ (\hat{\lambda}_j)$ ist die Wurzel aus dem j-ten Diagonalelement der Schätzung $\vec{Cov}\ (\hat{\lambda})$.

Bevor wir zu unserer Modellspezifikation zurückkommen, sei noch erwähnt, daß aus dem MQL-Prinzip analog zur R^2-Statistik ein Bestimmtheitsmaß ρ^2 hergleitet werden kann

$$\rho^2 = \frac{D\ (\hat{\mu},\ \mathring{\mu})}{D\ (y,\ \mathring{\mu})} = 1 - \frac{D\ (y,\ \hat{\mu})}{D\ (y,\ \mathring{\mu})} \qquad (3.21)$$

Dabei bezeichnet $\mathring{\mu}$ die Schätzung eines Null-Modells, das sozusagen den Referenzpunkt für die Definition der Anpassungsgüte bildet. In der üblichen R^2-Definition besteht das Null-Modell allein aus einem Niveaueffekt; d.h. R^2 gibt an, welcher Teil der Abweichungen der Beobachtungen von Gesamtmittel durch das Modell erklärt wird. Für viele Fragestellungen wählt man Null-Modelle mit mehr Parametern. Wenn man sich etwa wie hier für die Schätzung der Distanzfunktion im Handelsmodell (3.1) interessiert, wählt man sinnvollerweise als Referenzmodell das Modell mit der Restriktion $\gamma_k = 0 \vee k$, d.h. das Modell, das sich allein aus dem Produkt der Zeilen- und Spaltenmultiplikatoren ergibt. Dieses Modell wird als Quasi-Unabhängigkeitsmodell bezeichnet (Savage und Deutsch, 1960). ρ^2 gibt dann an, welcher Teil der Abweichungen der Beobachtungen vom Quasi-Unabhängigkeitsmodell durch das vollständig spezifizierte Modell erklärt wird.

Kehren wir zurück zum log-linearen Modell mit der in (3.11) festgelegten stochastischen Spezifikation mit voneinander und von den f_i unabhängigen und identisch verteilte z_{ik}. Dann gilt

$$\mathrm{Var}\ (y_i) = \nu_i\ \mathrm{Var}\ (z) + \mathrm{Var}\ (f_i)[E\ (z)]^2 = \nu_i\ E\ (z^2) = \mu_i \left[{}^{E(z^2)}/_{E(z)} \right] \quad (3.22)$$

Damit ist klar, daß die Varianz dem Erwartungswert proportional ist mit dem Faktor ${}^{E(z^2)}/E(z)$. Die Modellspezifikation hat demnach die Form (3.14) mit

$$\mu_i\ (\lambda) = \exp\ (x_i\ \lambda),\ v_i\ (\mu_i) = \mu_i \quad \text{und} \quad \sigma^2 = {}^{E(z^2)}/E(z). \qquad (3.23)$$

Wir können also die aus dem MQL-Prinzip entwickelten Formeln verwenden. Die Lösung von (3.15) lautet

$$\mathrm{ql}\ (y_i,\ \mu_i) = y_i\ \log\ \mu_i - \mu_i + c_i\ (y_i) \qquad (3.24)$$

mit beliebigem c_i, wie man durch Differenzieren leicht nachprüft. Setzt man ein in

$$d\ (y_i,\ \mu_i) = 2\ \mathrm{ql}\ (y_i,\ y_i) - 2\ \mathrm{ql}\ (y_i,\ \mu_i),$$

ergibt sich die Formel (3.6). Setzt man μ_i und v_i aus (3.23) in (3.16) ein, erhält man als MQL-Bedingungen das Gleichungssystem (3.9). Schließlich errechnet man für das Element Q_{jj*} in Zeile j und Spalte j* der Matrix

$$Q = M'\ V^{-1}\ M \qquad \text{in (3.17):}$$

$$Q_{jj*} = \sum_i \mu_i\ X_{ij}\ X_{ij*}\ ,$$

woraus sich nach Ersetzen von μ_i durch $\hat{\mu}_i$ und von σ^2 durch $\hat{\sigma}^2$ die geschätzte Varianz-Kovarianz-Matrix für λ ergibt. $\hat{\sigma}^2$ erhält man aus (3.19).

Damit ist das Schätzverfahren vollständig beschrieben und gezeigt, daß man zu denselben Schätzgleichungen kommt wie im herkömmlichen log-linearen Poisson-Modell. Selbstverständlich ändert sich am Verfahren nichts, wenn in der Regressionsgleichung zu der beschriebenen Störungsursache weitere hinzutreten, solange sie von diesen sowie untereinander unabhängig sind und ihre Varianzen dem Erwartungswert proportional sind.

4. Schlußfolgerung

Theoretisch fundierte Gleichgewichtsmodelle lassen sich beim Stand der Forschung zwar im Prinzip auf empirische Fragestellungen im Bereich des interregionalen Handels anweden, aber hinsichtlich der schätzbaren Modellformen setzen die beschränkten Informationen enge Grenzen. Gravitationsmodelle galten daher bislang als brauchbare, wenn auch theoretisch nicht fundierte Alternative. Wir konnten hier zeigen, daß diese Art von Modellen besser ist als ihr Ruf. Gravitationsmodelle können als reduzierte Formen räumlicher Preisgleichgewichte aufgefaßt werden.

Die Schätzung von Gravitationsmodellen wirft einige Probleme auf, die aus der Nichtlinearität, der zu erwartenden Heteroskedastie und dem speziellen Wertebereich der Beobachtungen (nichtnegative Beobachtungen mit positiver Wahrscheinlichkeit für Null-Beobachtungen) resultieren. Diese Probleme können unter Anwendung des MQL-Prinzips elegant gelöst werden. Die resultierenden Schätzverfahren lassen sich auch bei großen Problemen rechnerisch noch gut handhaben.

Natürlich ist der hier entwickelte theoretische Hintergrund für interregionale Handelsmodelle, die Theorie des räumlichen Preisgleichgewichtes, in seiner praktischen Aussagekraft beschränkt. Die Bedeutung von hierbei unberücksichtigten Komplikationen wie unvollständige Information, monopolistische Marktverhältnisse, mangelnde Preisreagibilität etc. steht außer Zweifel. Möglicherweise können Gravitationsmodelle auch auf Grundlagen gestellt werden, die all dies einbeziehen. Hier ging es jedoch erst einmal darum, einen von vielen möglichen theoretischen Ansätzen auszuloten.

Literaturverzeichnis

Alonso, W.: A Theory of Movements. In: N.Hansen (ed.), International Perspective on Structural Change and Public Policy. Ballinger, Cambridge/Mass. 1978.

Anselin, L., Isard, W.: On Alonsos General Theory of Movement. Man, Environment, Space, and Time 1 (1979), 52-63.

Armington, P. S.: A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production. IMF Staff Papers 16 (1969), 159-178.

Bröcker, J.: Measuring Trade-Impeding Effects of National Borders by Log-Linear Interaction Analysis. In: K. Peschel (Hrsg.): Diskussionsbeiträge aus dem Institut für Regionalforschung der Universität Kiel, Nr. 16, Kiel 1980.

Bröcker, J.: Interregionaler Handel und ökonomische Integration. Florentz, München 1984.

Debreu, G.: Excess Demand Functions. Journal of Mathematical Economics 1 (1974), 15-22.

European Free Trade Association (EFTA): The Trade Effects of EFTA and the EEC 1959 - 1967. Genf 1972.

Haberman, S.J.: Analysis of Qualitative Data, Vols. 1 and 2. Academic Press, New York 1978.

Harker, P. T. (ed.): Spatial Price Equilibrium: Advances in Theory, Computation and Application. Springer, Berlin 1984.

Lau, L. J.: Functional Forms in Econometric Model Building. Griliches, Z.; Intrilligator, M.D. (eds.): Handbook of Econometrics, Vol. 3, North-Holland, Amsterdam 1986, Ch. 26, 1515-1566.

Ledent, J.: On the Relationship between Alonso's Theory of Movement and Wilson's Family of Spatial Interaction Models. Environment and Planning A 13 (1981), 217-224.

Linnemann, H.: An Econometric Study of International Trade Flows. Contributions to Economic Analysis, Vol. 42, North-Holland, Amsterdam 1966.

Malinvaud, E.: Statistical Methods of Econometrics. North-Holland, Amsterdam 1980.

McCullogh, P.: Quasi-Likelihood Functions. Annals of Statistics 11 (1983), 59-67.

McCullogh, P.; Nelder, J.A.: Generalized Linear Models. Chapman and Hall, London 1983.

Niedercorn, J.H.; Moorehead, J.D.: The Commodity Flow Gravity Model: a Theoretical Reassessment. Regional and Urban Economics 4 (1974), 69-75.

Rockafellar, R. T.: Convex Analysis. Princeton Univ. Press, Princeton 1970.

Savage, I.R.; Deutsch, K.W.: A Statistical Model of the Gross Analysis of Transaction Flows. Econometrica 28 (1960), 551-572.

Scarf, H.: The Computation of Economic Equilibria. New Haven 1973.

Sen, A.: Maximum Likelihood Estimation of Gravity Model Parameters. Journal of Regional Science 26 (1986), 461-474.

Tinbergen, J.: Shaping the World Economy. Twentieth Century Fund, New York 1962.

Waelbroeck, J.L. (ed.): The Models of Project LINK. North-Holland, Amsterdam 1976.

Wedderburn, R.W.M.: Quasi-Likelihood Functions, Generalized Linear Models and the Gauss-Newton Method. Biometrika 61 (1974), 439-447.

Whalley, J.: Trade Liberalization among Major World Trading Areas. MIT Press, Cambridge/Mass. 1985.

Wilson, A.G.: Entropy in Urban and Regional Modelling. Pion, London 1970.